Pitágoras Interactivo

Guía docente y marco curricular

Explora el teorema más famoso de la matemática: una equivalencia entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo.

1 · Ficha técnica del recurso

Título	Pitágoras Interactivo
Subtítulo	Explora el teorema más famoso de la matemática.
Tipo de recurso	Simulador interactivo en HTML5 (Canvas/SVG + JavaScript).
Grados de aplicación	Educación Básica Secundaria y Media · 7.° a 11.° (énfasis en 8.° y 9.°).
Área y componente	Matemáticas · pensamiento espacial y métrico.
Modalidad	Individual, parejas o grupos pequeños (computador o tableta).
Duración estimada	20 a 45 minutos por sesión.

Descripción

Pitágoras Interactivo permite al estudiante manipular un triángulo rectángulo arrastrando sus vértices y observar, en tiempo real, cómo se cumple la relación $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$ mediante la construcción visual de los cuadrados sobre los catetos y la hipotenusa. Incluye cuatro retos progresivos que movilizan las competencias matemáticas evaluadas por el ICFES.

2 · Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA V.2)

El núcleo conceptual se concentra en 8.° y 9.°, con conexiones hacia 10.° (trigonometría).

Grado 8.° · DBA 7

«Identifica regularidades y argumenta propiedades de figuras geométricas a partir de teoremas y las aplica en situaciones reales».

Evidencias de aprendizaje:

- Describe teoremas y argumenta su validez a través de diferentes recursos (software, tangram, papel).
- Argumenta la relación pitagórica por medio de construcción al utilizar material concreto.
- Reconoce relaciones geométricas al utilizar el teorema de Pitágoras y de Thales.
- Aplica el teorema de Pitágoras para calcular la medida de cualquier lado de un triángulo rectángulo.
- Resuelve problemas utilizando teoremas básicos.

Grado 9.° · DBA 5

«Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (Thales y Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes».

Evidencias de aprendizaje:

- Describe y justifica procesos de medición de longitudes.
- Explica propiedades de figuras geométricas involucradas en los procesos de medición.
- Justifica procedimientos de medición a partir del teorema de Thales, Pitágoras y relaciones intra e interfigurales.
- Valida la precisión de instrumentos para medir longitudes.
- Propone alternativas para estimar y medir con precisión diferentes magnitudes.

Grado 10.° · DBA 4 (extensión opcional)

«Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones».

- Reconoce el significado de las razones trigonométricas (seno, coseno, tangente) en un triángulo rectángulo para ángulos agudos — puente directo desde Pitágoras hacia trigonometría.

3 · Competencias ICFES Saber 11

Las tres preguntas siguen el Diseño Centrado en Evidencias (DCE) del ICFES y evalúan, cada una, una competencia distinta:

- **Interpretación y representación (34%):** comprender y transformar información cuantitativa y esquemática.
- **Formulación y ejecución (43%):** plantear e implementar estrategias para resolver problemas.
- **Argumentación (23%):** validar procedimientos y razonamientos matemáticos.

4 · Preguntas tipo ICFES con retroalimentación

Pregunta 1 · Interpretación y representación

DBA: Grado 8.° · DBA 7 — Argumenta la relación pitagórica por medio de construcción.

Afirmación. Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.

Evidencia. Da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes formatos.

Contexto.

> En el simulador Pitágoras Interactivo, un estudiante construye un triángulo rectángulo donde el cuadrado sobre el cateto vertical (a) tiene un área de 9 unidades cuadradas y el cuadrado sobre el cateto horizontal (b) tiene un área de 16 unidades cuadradas. Sobre la hipotenusa se dibuja, hacia afuera, el cuadrado correspondiente.

¿Cuál es el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa?

- **A.** 5 unidades cuadradas.
- **B.** 7 unidades cuadradas.
- **C.** 25 unidades cuadradas.
- **D.** 144 unidades cuadradas.

Clave: C. Retroalimentación por opción:

✗ **A.** Confunde la longitud de la hipotenusa ($c = 5$) con el área del cuadrado construido sobre ella ($c^2 = 25$). El simulador representa el área del cuadrado, no la longitud del lado.

✗ **B.** Surge de sumar las longitudes de los catetos ($3 + 4 = 7$). El teorema no suma los lados, suma los cuadrados de los catetos: $a^2 + b^2 = c^2$.

✓ **C.** Interpretación correcta: el área del cuadrado sobre la hipotenusa es la suma de las áreas de los cuadrados sobre los catetos. $9 + 16 = 25$. Es lo que muestra el panel inferior del simulador.

✗ **D.** Se obtiene al multiplicar las áreas ($9 \times 16 = 144$) en lugar de sumarlas. Pitágoras establece una suma entre áreas, no un producto.

Pregunta 2 · Formulación y ejecución

DBA: Grado 9.° · DBA 5 — Justifica procedimientos de medición a partir del teorema de Pitágoras.

Afirmación. Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.

Evidencia. Diseña planes y ejecuta estrategias de solución.

Contexto.

> Una avioneta de mensajería despega de la ciudad M, vuela 8 km en dirección este hasta el punto P y, sin descender, gira 90° y vuela 6 km en dirección norte hasta llegar al punto N. Los estudiantes representan el recorrido en el simulador con un triángulo rectángulo de catetos 8 y 6.

¿Qué distancia, en línea recta, separa la avioneta de su punto de partida M cuando llega al punto N?

- **A.** 7 km.
- **B.** 10 km.

C. 14 km.

D. 48 km.

Clave: B. Retroalimentación por opción:

✗ **A.** Promedio aritmético de los catetos $(8 + 6) / 2 = 7$. La distancia entre dos puntos no se obtiene por promedios cuando hay un cambio de dirección perpendicular.

✓ **B.** Estrategia correcta: $c^2 = a^2 + b^2 = 64 + 36 = 100$, por lo tanto $c = \sqrt{100} = 10$ km. Verificable en el simulador con el preset 6-8-10 (proporcional al 3-4-5).

✗ **C.** Suma directa de los catetos $(8 + 6 = 14)$. Confunde la trayectoria total con la distancia en línea recta. Siempre $c < a + b$.

✗ **D.** Multiplica los catetos $(8 \times 6 = 48)$, valor que correspondería al doble del área del triángulo, no a la longitud de la hipotenusa.

Pregunta 3 · Argumentación

DBA: Grado 9.° · DBA 5 / Grado 8.° · DBA 7 — Describe teoremas y argumenta su validez.

Afirmación. Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.

Evidencia. Establece la validez o pertinencia de una solución propuesta a un problema dado.

Contexto.

> Cuatro estudiantes manipulan el simulador Pitágoras Interactivo y proponen, cada uno, un conjunto de tres medidas para construir un triángulo rectángulo. Solo uno de ellos propone medidas que efectivamente cumplen la relación pitagórica.

¿Cuál estudiante propone medidas (a, b, c) que SÍ forman un triángulo rectángulo?

- **A.** Ana: (4, 5, 6) porque son enteros consecutivos.
- **B.** Bruno: (5, 12, 13) porque $5^2 + 12^2 = 13^2$.
- **C.** Camila: (6, 8, 12) porque $6 + 8 > 12$ (desigualdad triangular).
- **D.** Diego: (3, 4, 7) porque $3 + 4 = 7$.

Clave: B. Retroalimentación por opción:

✗ **A.** Que sean consecutivos no garantiza un triángulo rectángulo: $4^2 + 5^2 = 41$ pero $6^2 = 36$. El triángulo formado es acutángulo. La «consecutividad» es irrelevante para Pitágoras.

✓ **B.** Criterio correcto: una terna (a, b, c) forma un triángulo rectángulo si y solo si $a^2 + b^2 = c^2$ con c el lado mayor. $25 + 144 = 169 = 13^2$. (5, 12, 13) es una de las ternas pitagóricas más conocidas.

✗ **C.** La desigualdad triangular es necesaria pero no suficiente para la rectangularidad: $6^2 + 8^2 = 100$ pero $12^2 = 144 \rightarrow$ el triángulo es obtusángulo. Confunde condición necesaria con suficiente.

✗ **D.** No forman triángulo: $3 + 4 = 7$ produce un caso degenerado con los tres puntos alineados. La desigualdad triangular exige suma estrictamente mayor, no igual.

5 · Secuencia didáctica sugerida (50 min)

Momento	Tiempo	Descripción
Inicio	10 min	Pregunta detonadora: «Si subes una escalera apoyada en una pared y la base está a 3 m del muro, ¿a qué altura llega si la escalera mide 5 m?». Permitir estimaciones sin dar la respuesta. Cada estudiante dibuja la situación en el cuaderno.
Exploración	15 min	Los estudiantes abren el simulador y exploran libremente: arrastran vértices y observan los cuadrados y los valores a^2, b^2, c^2. El docente pregunta: «¿Qué número aparece siempre al sumar los cuadrados de los catetos?». Probar los presets 3-4-5, 5-12-13 e isósceles rectángulo.
Discusión	10 min	Plenaria: cada pareja comparte su patrón. El docente formaliza el teorema en el tablero a partir de las conjeturas. Se activa el «Modo Demostración Visual» del simulador para ver cómo los cuadrados de los catetos se recomponen dentro del cuadrado de la hipotenusa.
Evaluación	15 min	Los estudiantes resuelven los 4 retos del panel lateral del simulador (con retroalimentación inmediata) y luego las 3 preguntas tipo ICFES. El docente recoge evidencias formativas.

6 · Preguntas orientadoras para el aula

- ¿Qué representan los cuadrados que ves sobre cada lado del triángulo en el simulador?
- ¿Por qué la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$ siempre se cumple cuando hay un ángulo recto, sin importar el tamaño del triángulo?
- ¿Qué pasaría con la fórmula si el triángulo no fuera rectángulo? ¿Se cumpliría aún?
- ¿Cómo usarías este teorema para medir la altura de tu colegio sin trepar?
- ¿Cuál es la diferencia entre «la suma de los catetos» y «la suma de los cuadrados de los catetos»?
- ¿Por qué (3, 4, 5) y (6, 8, 10) cumplen ambos el teorema? ¿Hay una relación entre ellos?
- ¿Toda terna de tres números enteros forma un triángulo rectángulo? Da un contraejemplo.

7 · Posibles errores conceptuales e ideas previas frecuentes

Reconocer estas concepciones erróneas permite diseñar una mejor retroalimentación en el aula.

Concepción errónea	Descripción
Confundir lado con cuadrado del lado	El estudiante cree que «a^2» es el lado del cuadrado y no su área. Suma 3 + 4 = 7 en lugar de 9 + 16 = 25.
Aplicar el teorema a cualquier triángulo	Usa $a^2 + b^2 = c^2$ incluso cuando el triángulo no es rectángulo, ignorando la hipótesis del teorema.
Confundir hipotenusa con cualquier lado	Elige como «c» a un cateto y obtiene resultados imposibles. No reconoce que c es siempre el lado opuesto al ángulo recto y el más largo.
Identificar desigualdad triangular con rectangularidad	Cree que si tres lados cumplen la desigualdad triangular, el triángulo es rectángulo. Confunde condición necesaria con suficiente.

Asumir que toda terna de enteros es pitagórica	Cree que ternas como (2, 3, 4) o (4, 5, 6) son pitagóricas solo por ser enteros pequeños y consecutivos.
Confundir distancia recta con trayectoria	En problemas de contexto suma las distancias recorridas en lugar de aplicar Pitágoras para hallar la distancia recta.
Olvidar la raíz cuadrada al final	Calcula correctamente c^2 pero entrega ese valor como respuesta sin extraer la raíz cuadrada para obtener c.
Pensar que solo funciona con enteros	Cree que Pitágoras «no aplica» si los catetos son decimales o irracionales (como $\sqrt{2}$ o π).

8 · Extensiones para profundización

Recíproco del teorema. Discutir: «Si $a^2 + b^2 = c^2$, entonces el triángulo es rectángulo». Trabajar con ternas como (5, 12, 13), (8, 15, 17), (7, 24, 25).

Ternas pitagóricas y patrones. Investigar la fórmula generadora ($m^2 - n^2$, $2mn$, $m^2 + n^2$) con $m > n > 0$ enteros.

Pitágoras en 3D. Extender al espacio: diagonal de un paralelepípedo $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$. Aplicar a cajas, habitaciones y edificios.

Conexión con trigonometría (10.°). Definir seno, coseno y tangente como razones entre lados del triángulo rectángulo. Mostrar que $\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$ es consecuencia directa de Pitágoras en el círculo unitario.

Demostraciones alternativas. Presentar la demostración de Euclides (libro I, prop. 47), la de Bhaskara y la del presidente Garfield. Discutir qué hace válida una demostración matemática.

Aplicaciones a la vida cotidiana. Proyecto: medir la altura del colegio, la diagonal de la cancha o la pendiente de una rampa, documentando procedimiento y cálculos.

Generalización: ley del coseno. Para estudiantes avanzados, mostrar que $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos(C)$ generaliza Pitágoras (caso $C = 90°$).

9 · Soluciones de las preguntas tipo ICFES

Pregunta 1 — Clave: C (25 unidades cuadradas)

El simulador muestra que el área del cuadrado sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados sobre los catetos:

$a^2 + b^2 = c^2 \rightarrow 9 + 16 = c^2 \rightarrow c^2 = 25$ unidades cuadradas.

Comentario didáctico. Evalúa interpretación. El estudiante debe leer correctamente la información del simulador (áreas, no longitudes). El distractor más potente es la opción A (5), que confunde longitud con área.

Pregunta 2 — Clave: B (10 km)

Modelar el recorrido como un triángulo rectángulo con catetos $a = 8$ km (este) y $b = 6$ km (norte):

$c^2 = a^2 + b^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \rightarrow c = \sqrt{100} = 10$ km.

Comentario didáctico. Evalúa formulación y ejecución. El estudiante debe modelar la situación, identificar catetos e hipotenusa y ejecutar el cálculo. El distractor C (14 km) confunde trayectoria con distancia recta — error muy frecuente.

Pregunta 3 — Clave: B (5, 12, 13)

Verificación de cada opción mediante $a^2 + b^2 = c^2$:

- A: $4^2 + 5^2 = 41 \neq 36 = 6^2 \rightarrow$ NO es rectángulo (es acutángulo).
- B: $5^2 + 12^2 = 169 = 13^2 \rightarrow$ SÍ es rectángulo. ✓
- C: $6^2 + 8^2 = 100 \neq 144 = 12^2 \rightarrow$ NO es rectángulo (es obtusángulo).
- D: $3 + 4 = 7 \rightarrow$ no forma triángulo (puntos colineales).

Comentario didáctico. Evalúa argumentación. El estudiante no solo debe identificar la opción correcta, sino descartar razonamientos plausibles pero erróneos (números consecutivos, desigualdad triangular, sumas simples). Ideal para discusión plenaria.

Diseñado para articular tecnología, pedagogía y los Estándares Básicos de Competencias del MEN (Colombia).
Autor: Héctor Enrique Banquez Buendía · ORCID 0009-0007-6705-0407