DIDAXIS LAB · RECURSO EDUCATIVO INTERACTIVO

Laboratorio Interactivo: Área vs Perímetro

Guía docente y marco curricular

Descubre experimentalmente por qué un mayor perímetro no siempre implica mayor área.

1 · Ficha técnica del recurso

Nombre	Laboratorio Interactivo: Área vs Perímetro
Subtítulo	Manipula, mide y descubre: no siempre mayor perímetro implica mayor área.
Grados sugeridos	Educación Básica y Media · 3.° a 11.° (10 a 17 años). Énfasis en 3.°, 5.° y 7.°, con extensiones para 8.° y 11.°.
Áreas y componentes	Matemáticas · componentes Geométrico-Métrico y Numérico-Variacional.
Pensamientos	Espacial, métrico y variacional.

2 · Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA V.2)

El núcleo conceptual se concentra en 3.°, 5.° y 7.°, con prolongaciones hacia 8.° y 11.°.

Grado 3.° · DBA 4

Describe y argumenta posibles relaciones entre los valores del área y el perímetro de figuras planas (especialmente cuadriláteros).

- Toma decisiones sobre la magnitud a medir (área o longitud) según el problema.
- Realiza recubrimientos de superficies con unidades cuadradas para estimar el área.
- Mide y calcula el área y el perímetro de un rectángulo y los compara.
- Explica cómo figuras de igual perímetro pueden tener diferente área.

Grado 5.° · DBA 5

Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras y cálculo.

- Compara figuras planas a partir de la medida de sus lados.
- Calcula la longitud de un lado a partir del valor del área.
- Dibuja figuras dadas las medidas de área o perímetro.
- Propone estrategias para medir superficies a partir de unidades cuadradas.

- Reconoce que existen áreas diferentes con el mismo perímetro y viceversa.

Grado 7.° · DBA 6

Representa en el plano cartesiano la variación de magnitudes (área y perímetro) y, con base en la variación, explica el comportamiento de situaciones y fenómenos de la vida diaria.

- Interpreta modificaciones entre perímetro y área a partir de factores de variación.
- Establece diferencias entre las gráficas de perímetro y de área.
- Coordina cambios de variación de dos magnitudes relacionadas.
- Organiza datos en registros tabulares y los traduce a gráficos cartesianos.

Grado 8.° · DBA 4 (extensión)

Describe atributos medibles de diferentes sólidos y explica relaciones entre ellos mediante lenguaje algebraico, al introducir variables base y altura.

Grado 11.° · DBA 3 (extensión)

Utiliza unidades de medida, sus relaciones y la noción de derivada como razón de cambio para resolver problemas de optimización (p. ej., máxima área con perímetro fijo).

3 · Competencias ICFES Saber 11

Las tres preguntas siguen la metodología de Diseño Centrado en Evidencias (DCE) del ICFES y evalúan, cada una, una competencia distinta:

- **Interpretación y representación (34%):** comprender y transformar información cuantitativa.
- **Formulación y ejecución (43%):** plantear e implementar estrategias para resolver problemas.
- **Argumentación (23%):** validar procedimientos y estrategias matemáticas.

4 · Preguntas tipo ICFES con retroalimentación

Pregunta 1 · Interpretación y representación

DBA: Grado 7.° · DBA 6 — Establece diferencias entre las gráficas de perímetro y de área e interpreta modificaciones entre estas magnitudes.

Contexto. Una estudiante construyó cinco rectángulos diferentes manteniendo el perímetro fijo en 24 unidades. El simulador graficó el Área (eje Y) frente al Perímetro (eje X): los cinco puntos quedaron alineados verticalmente sobre el valor 24 del eje X, pero a alturas distintas: 11, 20, 27, 32 y 35 unidades cuadradas.

De la gráfica obtenida, ¿cuál es la interpretación correcta?

A. A medida que aumenta el perímetro, aumenta el área de los rectángulos.
B. Para un mismo perímetro existen distintos rectángulos con áreas diferentes.
C. El área y el perímetro son magnitudes proporcionales entre sí.
D. El rectángulo con menor área tiene menor perímetro.

Clave: B. Retroalimentación por opción:

✗ **A.** El perímetro NO está aumentando: se mantiene constante en 24 (todos los puntos están sobre el mismo valor del eje X). Activa la idea errónea de que perímetro y área varían siempre en el mismo sentido.

✓ **B.** Cinco puntos con la misma abscisa (perímetro = 24) y distintas ordenadas evidencian que rectángulos con igual perímetro pueden tener áreas muy distintas.

✗ **C.** Si fueran proporcionales, a igual perímetro correspondería una única área y los puntos coincidirían en uno solo. La gráfica muestra lo contrario.

✗ **D.** Todos los rectángulos tienen el mismo perímetro (24); no es posible afirmar que uno tenga «menor perímetro». Confunde área pequeña con perímetro pequeño.

Pregunta 2 · Formulación y ejecución

DBA: Grado 5.° · DBA 5 — Calcula la longitud de un lado a partir del área y reconoce que existen áreas diferentes con el mismo perímetro.

Contexto. Don Hernando dispone de 40 metros de malla para cercar un jardín rectangular (los cuatro lados). Quiere encerrar la mayor superficie posible y considera cuatro configuraciones de ancho y alto.

¿Cuáles deben ser las dimensiones del rectángulo que cumple los 40 m de perímetro y produce el área MÁXIMA?

A. 5 m × 15 m, con área de 75 m^2.
B. 8 m × 12 m, con área de 96 m^2.
C. 10 m × 10 m, con área de 100 m^2.
D. 2 m × 18 m, con área de 36 m^2.

Clave: C. Retroalimentación por opción:

✗ **A.** Cumple el perímetro 2(5+15) = 40 m, pero no maximiza el área. Error común de detenerse en la primera solución válida.

✗ **B.** Cumple 2(8+12) = 40 m y mejora respecto a A, pero aún no es la óptima: se detiene antes del cuadrado.

✓ **C.** Para un perímetro fijo, el área máxima es la del cuadrado: 2(10+10) = 40 m, área = 100 m^2. Cualquier otra configuración da menos área.

✗ **D.** Cumple 2(2+18) = 40 m pero da el área menor. Refleja la idea de que «estirar» el rectángulo aumenta su área, cuando la disminuye.

Pregunta 3 · Argumentación

DBA: Grado 3.° · DBA 4 — Explica cómo figuras de igual perímetro pueden tener diferente área y argumenta a favor o en contra de una afirmación.

Contexto. Camila afirma: «Si el perímetro de un rectángulo aumenta, su área también debe aumentar». Para probarlo, Mateo construyó R1 (6×6 → P = 24, A = 36) y R2 (1×14 → P = 30, A = 14).

¿Cuál afirmación REFUTA correctamente la afirmación de Camila?

A. Es correcta, porque R2 tiene mayor perímetro y por lo tanto mayor área.
B. Es incorrecta: R2 tiene mayor perímetro (30 > 24) pero menor área (14 < 36).
C. No se puede juzgar, porque los rectángulos tienen dimensiones distintas.
D. Es incorrecta, porque R1 es cuadrado y los cuadrados siempre tienen mayor área.

Clave: B. Retroalimentación por opción:

✗ **A.** Ni revisa los valores: R2 tiene mayor perímetro (30 > 24) pero MENOR área (14 < 36). Es exactamente la concepción errónea a desmontar.

✓ **B.** Contraejemplo válido: el perímetro aumenta y, aun así, el área disminuye. Un solo contraejemplo basta para refutar una afirmación universal.

✗ **C.** Confunde «comparable» con «igual». Precisamente por tener dimensiones distintas pueden compararse perímetro y área.

✗ **D.** Generalización falsa: un cuadrado 2×2 (4 u^2) tiene menos área que un rectángulo 3×10 (30 u^2). R1 gana no por ser cuadrado, sino porque para SU perímetro el cuadrado es óptimo.

5 · Guía docente

Orienta cómo integrar el simulador en una secuencia de aproximadamente dos sesiones de 60 minutos.

5.1 · Objetivos de aprendizaje

- Diferenciar área y perímetro como magnitudes independientes que se miden con unidades distintas.
- Construir, por exploración, que un mayor perímetro NO implica necesariamente mayor área.
- Reconocer que rectángulos con el mismo perímetro pueden tener áreas distintas y viceversa.
- Identificar que el cuadrado maximiza el área para un perímetro fijo.
- Representar e interpretar la variación área–perímetro con tablas y gráficos cartesianos.
- Argumentar con contraejemplos la validez o falsedad de afirmaciones sobre área y perímetro.

5.2 · Evidencias de aprendizaje

- Mide y compara área y perímetro de un mismo rectángulo con unidades adecuadas (u y u^2).
- Construye al menos tres rectángulos con el mismo perímetro y registra sus áreas.
- Construye al menos dos rectángulos con la misma área y distinto perímetro.
- Identifica en el gráfico Perímetro–Área que un mismo perímetro produce áreas distintas.
- Formula un contraejemplo válido frente a «si el perímetro aumenta, el área aumenta».
- Justifica por qué el cuadrado maximiza el área cuando el perímetro está fijo.

5.3 · Competencias que desarrolla

- **Interpretación y representación:** leer la gráfica Perímetro–Área y el panel de resultados.

- **Formulación y ejecución:** diseñar estrategias para los retos (p. ej., maximizar el área con perímetro 40).
- **Argumentación:** argumentar con contraejemplos por qué más perímetro no implica más área.
- **Modelación:** modelar situaciones cotidianas (cercas, jardines, terrenos) con rectángulos.
- **Comunicación:** comunicar oralmente y por escrito los descubrimientos.

5.4 · Secuencia didáctica sugerida (2 sesiones de 60 min)

Fase	Tiempo	Actividad
Inicio	10 min	Se proyecta el simulador y se plantea: «Si tengo más perímetro, ¿tengo más área?». Los estudiantes votan (sí / no / depende) y registran sus argumentos iniciales. No se da la respuesta todavía.
Exploración	20 min	En parejas manipulan los sliders. Activan «Fijar perímetro» e intentan construir tres rectángulos diferentes con el mismo perímetro. Registran ancho, alto, perímetro y área, y generan al menos 5 puntos en el gráfico.
Discusión	15 min	Cada pareja comparte hallazgos. El docente guía hacia: «para un mismo perímetro existen áreas diferentes», y lo confronta con la idea inicial.
Profundización	10 min	Resolución colectiva de los retos del simulador. Se promueve la argumentación: «¿por qué el cuadrado maximiza el área?».
Evaluación	15 min	Aplicación de las 3 preguntas tipo ICFES (una por competencia), con retroalimentación inmediata de los distractores.
Cierre	5 min	Cada estudiante completa: «Antes pensaba que... ahora entiendo que...». Se recogen los cuadernos para evaluación formativa.

5.5 · Preguntas orientadoras para el docente

- ¿Qué pasa con el área si dejo el perímetro fijo y modifico el ancho?
- ¿Existen dos rectángulos diferentes con el mismo perímetro? ¿Y con la misma área?
- Si dibujo todos los rectángulos posibles con perímetro 20, ¿cuál tendrá mayor área?
- ¿Qué relación hay entre la forma del rectángulo (más alargado o más cuadrado) y su área?
- ¿Puede un rectángulo con menos perímetro tener más área que otro con mayor perímetro? Da un ejemplo.
- ¿Qué representa cada eje del gráfico Perímetro–Área?
- ¿Por qué el cuadrado maximiza el área para un perímetro fijo?
- En la vida cotidiana, ¿dónde se optimiza el área con un perímetro dado? (cercas, jardines, terrenos, envases).

5.6 · Concepciones erróneas frecuentes

«Si aumenta el perímetro, aumenta el área.» La más persistente. Se refuta con el contraejemplo: R1 (6×6, P=24, A=36) frente a R2 (1×14, P=30, A=14).

«Área y perímetro son lo mismo.» Confusión de magnitudes. El perímetro se mide en unidades lineales (u) y el área en unidades cuadradas (u²).

«A igual perímetro, igual área.» Error opuesto. Se refuta con los puntos verticales del gráfico al fijar el perímetro.

«El rectángulo más alargado tiene más área porque se ve más grande.» Sesgo perceptivo: $1 \times 14 = 14$ u² es mucho menor que $7 \times 7 = 49$ u².

«Para calcular el área, hay que sumar los lados.» Confusión de fórmulas: perímetro = suma de lados; área = base × altura.

«El cuadrado siempre tiene más área que cualquier rectángulo.» Solo a igualdad de perímetro. Un cuadrado 2×2 (A=4) tiene menos área que un rectángulo 3×10 (A=30).

«Si duplico los lados, se duplica el área.» Si se duplican base y altura, el área se cuadruplica (factor 4).

5.7 · Extensiones para profundización

- **Básica (3.° a 5.°):** diseñar un «jardín ideal» con 20 m de cerca, usando el simulador para hallar el área máxima.
- **Básica (6.° a 7.°):** construir la tabla de rectángulos de lados enteros y perímetro 20, graficarlos y describir la curva área–ancho (parábola invertida).
- **Media (8.° a 9.°):** expresar el área en función del ancho con perímetro 40: $A(x) = x(20 - x) = 20x - x^2$. Identificarla como cuadrática y su vértice como máximo.
- **Media (10.° a 11.°):** aplicar la derivada: $A'(x) = 20 - 2x = 0$, $x = 10$. Confirmar que el cuadrado maximiza el área. Conectar con optimización.
- **Transversal (Ciencias/Tecnología):** ¿por qué los panales de abejas son hexagonales? Introducir la eficiencia espacial (razón área/perímetro).

5.8 · Soluciones de las preguntas ICFES

Pregunta 1 (Interpretación) — B. Cinco puntos con la misma abscisa (P = 24) y distintas ordenadas evidencian que rectángulos con igual perímetro pueden tener áreas distintas. Si los puntos están alineados verticalmente, la variable independiente (perímetro) no está variando.

Pregunta 2 (Formulación) — C. Para perímetro fijo, el área máxima es la del cuadrado: $2(10+10) = 40$ m, área = 100 m². Distractores: $5 \times 15 = 75$ m², $8 \times 12 = 96$ m², $2 \times 18 = 36$ m².

Pregunta 3 (Argumentación) — B. Un contraejemplo basta para refutar una afirmación universal. R1 (P=24, A=36) y R2 (P=30, A=14): mayor perímetro pero menor área refuta la afirmación de Camila.